R romain.maths

DEVOIR SURVEILLÉ — BILAN DE TROISIÈME

Sujet d'entraînement · Programme complet du cycle 4

Nom, Prénom : ..... **Durée :** 2 h 30

Classe : ..... **Barème :** noté sur **40**

Consignes. La **calculatrice est autorisée**. Toutes les réponses doivent être **justifiées**. Les résultats sont attendus sous forme exacte (fraction irréductible, valeur avec π) sauf lorsqu'un arrondi est demandé. Les 9 exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. Chaque question guide la suivante : prenez le temps de bien rédiger.

Exercice 1 — *Arithmétique* — 4 points

1. Décomposer 60 et 84 en produits de facteurs premiers.

2. En déduire le PGCD de 60 et 84.

3. Rendre la fraction $\dfrac{60}{84}$ irréductible.

Calculs directs.

1. Calculer $A = \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{6}$ et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

2. Écrire chaque nombre sous la forme d'une seule puissance : $2^5 \times 2^3$; $\dfrac{7^9}{7^4}$; $(5^3)^2$.

3. Donner l'écriture scientifique de 34 500 et de 0,0072.

Exercice 2 — *Calcul littéral* — 5 points

1. Développer et réduire : $A = 3(2x - 5) + 4(x + 1)$ et $B = (x + 3)(x - 5)$.

2. Développer à l'aide d'une identité remarquable : $C = (x + 5)^2$; $D = (3x - 2)^2$; $E = (x - 4)(x + 4)$.

3. Factoriser : $F = 6x^2 - 9x$ et $G = x^2 - 49$.

4. Résoudre les équations suivantes :

a) $5x - 7 = 2x + 8$;

b) $(x - 3)(2x + 5) = 0$.

Exercice 3 — *Fonctions* — 5 points

Partie A. Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x - 5$.

1. Calculer l'image de 2 par f.

2. Calculer $f(-4)$.

3. Déterminer l'antécédent de 7 par f.

Partie B. Soit g une fonction affine telle que $g(1) = 5$ et $g(3) = 11$.

1. Déterminer le coefficient directeur a de g.

2. En déduire l'expression de $g(x)$.

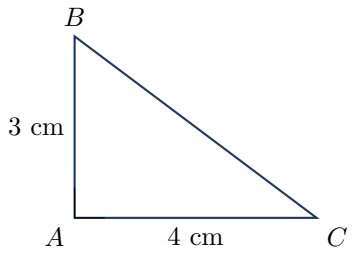
Partie C — Pourcentage. Un article coûte 80 €. Il subit une réduction de 15 %.

1. Par quel nombre (coefficient multiplicateur) faut-il multiplier 80 pour obtenir le prix réduit ?

2. Calculer le prix de l'article après la réduction.

Exercice 4 — *Théorème de Pythagore et trigonométrie* — 5 points

Le triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.



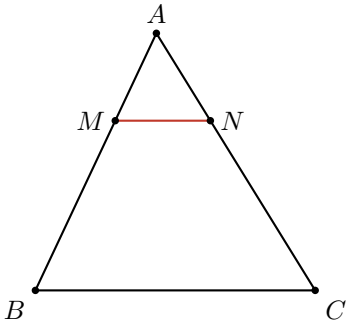
1. Calculer la longueur BC.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$, arrondie au degré.

Réciproque. Un triangle DEF a pour côtés $DE = 6$ cm, $EF = 8$ cm et $DF = 10$ cm. Ce triangle est-il rectangle ? Justifier et préciser en quel sommet.

Exercice 5 — *Théorème de Thalès et agrandissement* — 4 points

Partie A. Sur la figure, les points A, M, B sont alignés et les points A, N, C sont alignés. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On donne $AM = 2$ cm, $AB = 6$ cm, $AN = 3$ cm et $BC = 9$ cm.



1. Calculer la longueur MN.

2. Calculer la longueur AC.

Partie B — Agrandissement. On agrandit un triangle d'aire 5 cm^2 avec un coefficient $k = 2$.

1. Par combien est multipliée l'aire du triangle ?
2. Quelle est l'aire du triangle agrandi ?

Exercice 6 — *Transformations dans un repère* — 4 points

Dans un repère orthonormé, on considère le point $M(3\,;-1)$.

1. Déterminer les coordonnées de l'image de M par la symétrie de centre O (origine).
2. Déterminer les coordonnées de l'image de M par la symétrie d'axe (Ox).
3. Déterminer les coordonnées de l'image de M par la translation qui transforme $(0\,;0)$ en $(5\,;2)$.
4. Déterminer les coordonnées de l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

Exercice 7 — *Géométrie dans l'espace* — 5 points

1. Calculer le volume d'un pavé droit de dimensions 5 cm $\times$ 4 cm $\times$ 3 cm.
2. Calculer le volume d'un cube d'arête 6 cm.
3. Calculer le volume d'un cylindre de révolution de rayon 4 cm et de hauteur 10 cm. Donner la valeur exacte (avec π), puis la valeur arrondie au cm^3.
4. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de volume 60 dm^3. Quelle est sa contenance en litres ?

Exercice 8 — *Statistiques et probabilités* — 5 points

Partie A — Statistiques. On relève les notes (sur 20) de 7 élèves :

$$8\ ;\ 12\ ;\ 12\ ;\ 14\ ;\ 9\ ;\ 15\ ;\ 13.$$

1. Calculer la note moyenne de cette série.
2. Déterminer la médiane de la série.
3. Déterminer l'étendue de la série.

Partie B — Probabilités.

1. On lance un dé équilibré à 6 faces. Calculer la probabilité :
   - **a)** d'obtenir un 5 ;
   - **b)** d'obtenir un nombre pair ;
   - **c)** d'obtenir un multiple de 3.
2. Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge, puis celle de tirer une boule verte.

Exercice 9 — *Problème — mise en équation* — 3 points

Dans un rectangle, la longueur mesure 4 cm de plus que la largeur. Le périmètre est de 36 cm. On note x la largeur du rectangle (en cm).

1. Exprimer la longueur du rectangle en fonction de x.

2. Montrer que le périmètre est égal à $(4x + 8)$.

3. Écrire une équation traduisant l'énoncé, puis la résoudre.

4. En déduire les dimensions (largeur et longueur) du rectangle.

Fin de l'épreuve — relisez vos justifications et vos unités.